

gnite iperstatiche, ovvero delle reazioni orizzontali, richiede l'intervento di procedimenti di calcolo complessi che esorbitano dai limiti del corso. È piuttosto importante aver preso coscienza del problema affinché esso possa essere valutato nel modo giusto nella pratica professionale e semmai richiami la necessità di ulteriori approfondimenti.

Pertanto ci soffermiamo solo al caso di trave a doppio ginocchio simmetrica, ovvero con ripiani di uguale luce ($l_1 = l_3$). Nell'esempio che segue viene sviluppato il calcolo numerico di una scala con queste caratteristiche.

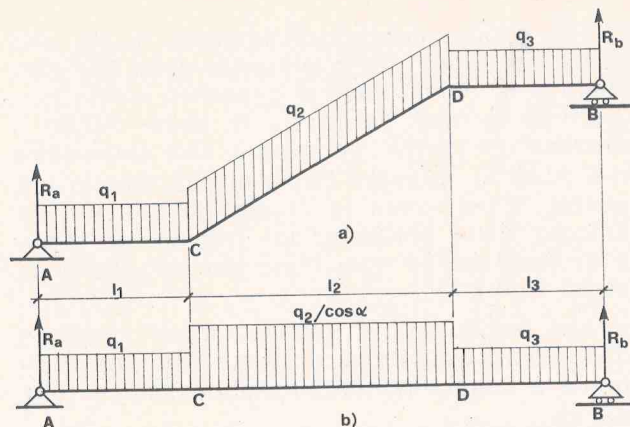


Fig. 9.14 - Riduzione della trave a ginocchio doppio simmetrica a) ad una trave isostatica ad asse rettilineo b).

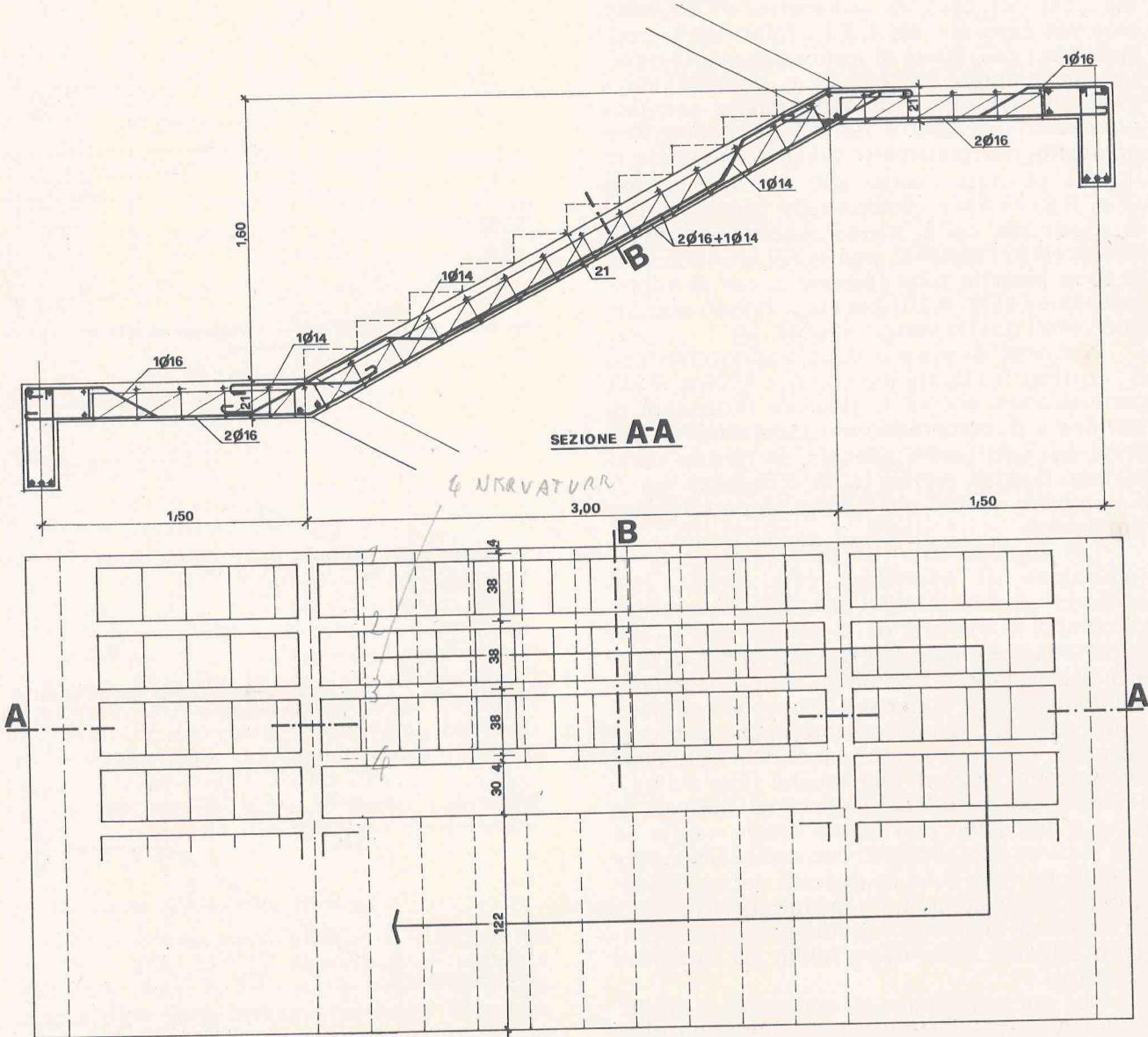


Fig. 9.15 - Particolare esecutivo di una rampa di scala a doppio ginocchio con solaio misto in cemento armato e laterizio.

Esercizio 3.

Si richiede il calcolo di una rampa a doppio ginocchio avente ripiani di uguale luce, rappresentata nella figura 9.15.

Soluzione. Lo schema statico della scala corrisponde ad una trave a doppio ginocchio incernierata alle estremità e con ripiani di uguale luce ($l_1 = l_3$) (Fig. 9.16 a).

Non generandosi reazioni orizzontali nelle cerniere, lo schema statico si riduce a quello di una trave semplicemente appoggiata agli estremi con luce

$$L = 2 \cdot l_1 + l_2$$

di tipo isostatico.

La linea d'asse della trave può quindi essere rettificata in proiezione orizzontale (Fig. 9.16 b), a patto di ridurre opportunamente il carico unitario p dovuto al peso proprio della soletta rampante per m^2 effettivo al valore $\frac{p}{\cos \alpha}$ corrispondente alla proiezione orizzontale di 1 m, essendo α l'angolo di inclinazione sull'orizzontale della rampa. In questo modo il carico distribuito q_2 che compete al tratto centrale di luce l_2 nello schema in figura 9.16 b), fornisce il peso effettivo di rampa oltre che dei sovraccarichi permanenti ed accidentali. Infatti, se si considera la proiezione orizzontale della soletta di rampa pari ad 1 m ad essa corrisponde una lunghezza effettiva di rampa pari a $\frac{1 \text{ m}}{\cos \alpha}$ (Fig. 9.17) ed il peso proprio unitario vale; con riferimento alle notazioni in figura:

$$s \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \gamma = \frac{p}{\cos \alpha}$$

essendo p il peso proprio per m^2 reale di rampa.

Nell'analisi dei carichi si dovrà quindi tener conto di detta riduzione.

Analisi dei carichi per m^2 di soletta di ripiano.

- Peso proprio soletta
($0,12 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2500$) = . . . 300 kg/m^2
- Intonaco e sottofondo
($0,015 + 0,03$) 1800 = . . . 80 »
- Pavimentazione 50 »
- Sovraccarico accidentale . . 400 »

DATO \rightarrow 830 kg/m^2 partenza
22 qv

Analisi dei carichi per m^2 di rampa in proiezione orizzontale.

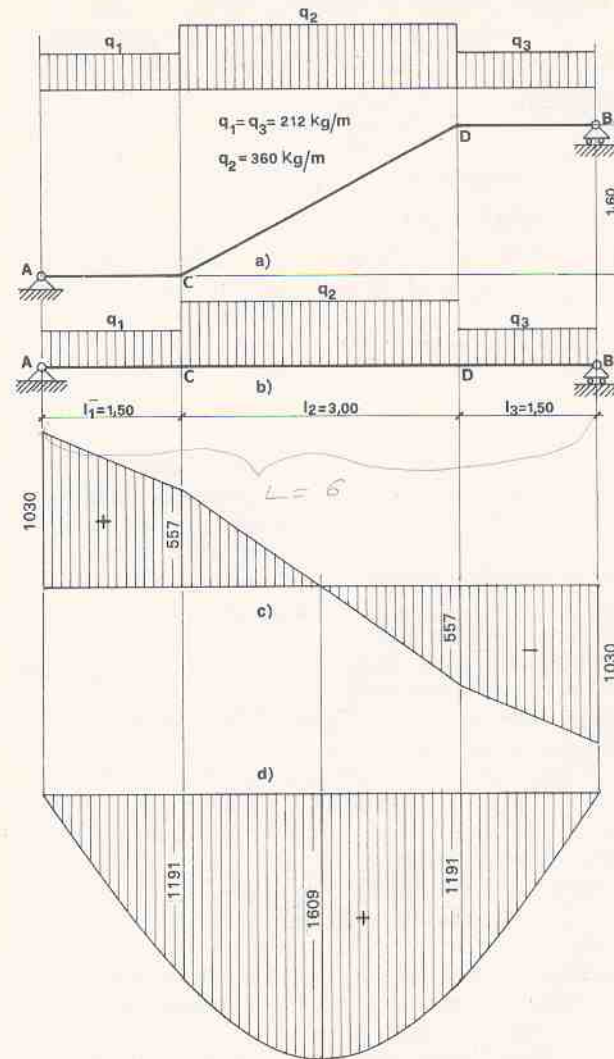


Fig. 9.16 - Schemi statici e diagrammi di sollecitazione della trave a ginocchio.

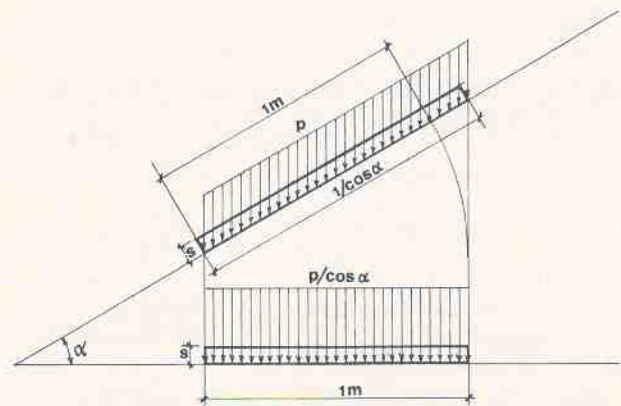


Fig. 9.17 - Riduzione del peso proprio di una soletta per m^2 di superficie reale di rampa al m^2 di superficie in proiezione orizzontale.

... si prevede di disporre blocchi di laterizio larghi 38 cm, alti 16 cm ed una soletta spessa 5 cm; lo spessore complessivo del solaio risulta quindi di 21 cm. ... interrompere la continuit  dei blocchi per rinforzare l'angolo con nervature secondarie di ripartizione ortogonali alle principali, aventi sezione di compattezza (Fig. 9.15).

Lo schema statico in figura 9.16 b)   ... che in esso figurano ... si hanno cos  i seguenti valori:

$$q_1 = q_3 = 830 \text{ kg/m}^2 \cdot 0,38 \text{ m}^2/\text{m} = 315 \text{ kg/m};$$

$$q_2 = 977 \text{ kg/m}^2 \cdot 0,38 \text{ m}^2/\text{m} = 371 \text{ kg/m}.$$

Calcolo delle reazioni.

$$R_a = R_b = \frac{q_1 \cdot L}{2} + \frac{(q_2 - q_1) \cdot l_x^2}{2} = \frac{315 \cdot 6}{2} + \frac{56 \cdot 3}{2} = 946 + 84 = 1030 \text{ kg}.$$

Sforzi di taglio (Fig. 9.16 c).

$$T_a = R_a = 1030 \text{ kg} \quad T_b = -1030 \text{ kg}$$

$$T_c = 1030 - 315 \cdot 1,5 = 557 \text{ kg}$$

$$T_d = -557 \text{ kg}$$

$$\sigma_b = 80 \text{ kg/cm}^2$$

$$t = 0,002420$$

$$s = 0,333$$

Ora si calcola l'area dell'armatura

$$A_a = 0,002420 \cdot 38 \cdot 65 = 5,98 \text{ cm}^2$$

distribuita come segue:

$$2 \times 16 \text{ dritti} = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$1 \times 16 \text{ piegato} = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$1 \times 16 + 2 \times 16 = 6,03 \text{ cm}^2$$

In figura 9.15 e 9.18   indicata la disposizione di tali ferri.

Verifica. Si ricava la posizione dell'asse neutro

$$y = \frac{10 \cdot 6,03}{38} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 38 \cdot 19}{10 \cdot 6,03}} \right] = 6,34 \text{ cm}.$$

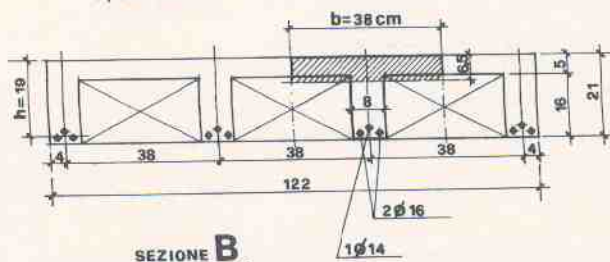


Fig. 9.18 - Particolare della sezione della rampa.

Peso proprio della soletta

$$\frac{0,12 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2500}{\cos \alpha} = \frac{300}{\cos 28^\circ} = 341 \text{ kg/m}^2$$

Peso proprio intonaco

$$\frac{0,015 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1800}{\cos 28^\circ} = \dots 31 \text{ »}$$

Peso proprio dei gradini e del rivestimento

$$n \cdot 3 \left(\frac{0,18 \cdot 0,38}{2} \cdot 2000 \right) = \dots 205 \text{ »}$$

Sovraccarico accidentale 400 »

$$\hline 977 \text{ kg/m}^2$$

A causa della forte luce della trave ($L = 6 \text{ m}$) e del considerevole sovraccarico è facilmente prevedibile un forte spessore di soletta ($\sim 20 \text{ cm}$) e conseguentemente un peso proprio elevato. Pertanto è opportuno progettare sia i ripiani che la rampa in solaio di cemento armato misto a laterizio con nervature a piccolo interasse. Se si fissa un interasse $b = 38 \text{ cm}$, essendo la larghezza di rampa pari a 120 cm , ogni rampa può comprendere 4 nervature ad interasse di 38 cm , così che si ha $3 \times 38 = 114 \text{ cm}$ e $114 + 6 = 120 \text{ cm}$.

Quindi si prevede di disporre blocchi di laterizio larghi 38 cm , alti 16 cm ed una soletta spessa 5 cm ; lo spessore complessivo del solaio risulta quindi di 21 cm .

In corrispondenza dei ginocchi è opportuno interrompere la continuità dei blocchi per rinforzare l'angolo con nervature secondarie di ripartizione, ortogonali alle principali, aventi funzione di rompitratta (Fig. 9.15).

Lo schema statico in figura 9.16 b) è quindi relativo ad una nervatura la quale interessa una striscia di solaio larga 38 cm .

I carichi q_1 , q_2 e q_3 che in esso figurano vengono desunti dall'analisi dei carichi precedentemente svolta; si hanno così i seguenti valori:

$$q_1 = q_3 = 830 \text{ kg/m}^2 \cdot 0,38 \text{ m}^2/\text{m} = 315 \text{ kg/m};$$

$$q_2 = 977 \text{ kg/m}^2 \cdot 0,38 \text{ m}^2/\text{m} = 371 \text{ kg/m}.$$

Calcolo delle reazioni.

$$R_a = R_b = \frac{q_1 \cdot L}{2} + \frac{(q_2 - q_1) \cdot l_3^2}{2} = \frac{315 \cdot 6}{2} + \frac{56 \cdot 3}{2} = 946 + 84 = 1030 \text{ kg}.$$

Sforzi di taglio (Fig. 9.16 c).

$$T_a = R_a = 1030 \text{ kg} \quad T_b = -1030 \text{ kg}$$

$$T_c = 1030 - 315 \cdot 1,5 = 557 \text{ kg}$$

$$T_d = -557 \text{ kg}$$

Momenti flettenti (Fig. 9.16 d).

$$M_a = M_b = 0$$

$$M_c = M_d = 1030 \cdot 1,5 - \frac{315 \cdot 1,5^2}{2} = 1191 \text{ kg m}$$

$$M_{max} = 1030 \cdot 3 - \frac{315 \cdot 3^2}{2} - \frac{56 \cdot 1,5^2}{2} = 1609 \text{ kg m}.$$

Calcolo dell'armatura nella sezione a momento massimo.

Sono dati:

$$h = 19 \text{ cm} \quad b = 38 \text{ cm}$$

$$\sigma'_b = 85 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma'_a = 1600 \text{ kg/cm}^2 \quad n = 10$$

$$M = 160900 \text{ kg cm}.$$

Dalla formula di progetto si ricava il coefficiente:

$$r = \frac{19}{\sqrt{\frac{160900}{38}}} = \frac{19}{65} = 0,292$$

al quale corrispondono nella Tab. III i valori $\sigma_b = 80 \text{ kg/cm}^2$, $t = 0,002420$, $s = 0,333$

Ora si calcola l'area dell'armatura

$$A_a = 0,002420 \cdot 38 \cdot 65 = 5,98 \text{ cm}^2$$

distribuita come segue:

$$2 \varnothing 16 \text{ dritti} = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$1 \varnothing 16 \text{ piegato} = 2,01 \text{ »}$$

$$\hline 1 \varnothing 16 + 2 \varnothing 16 = 6,03 \text{ cm}^2$$

In figura 9.15 e 9.18 è indicata la disposizione di tali ferri.

Verifica. Si ricava la posizione dell'asse neutro

$$y = \frac{10 \cdot 6,03}{38} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 38 \cdot 19}{10 \cdot 6,03}} \right] = 6,34 \text{ cm}.$$

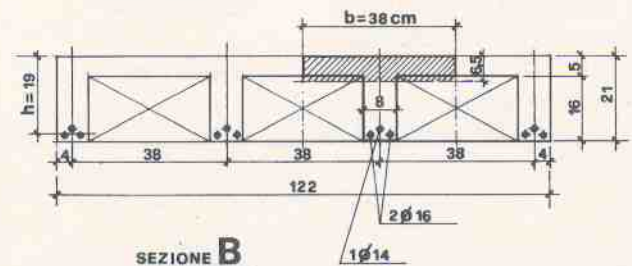


Fig. 9.18 - Particolare della sezione della rampa.

L'asse neutro passa di poco al di sotto della soletta e ciò è ammesso dal regolamento purché i blocchi di laterizio presentino nella parte superiore setti adeguatamente rinforzati.

Le tensioni nel calcestruzzo e nel ferro valgono:

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 160900}{\sqrt{38 \cdot 6,34 \left(19 - \frac{6,34}{3}\right)}} = \frac{160900}{120 (16,90)} = 79 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b;$$

$$\sigma_a = \frac{160900}{6,03 (16,90)} = 1579 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_a.$$

Calcolo dell'armatura nella sezione di ginocchio.

Il momento flettente vale:

$$M = 119100 \text{ kg cm}$$

$$r = \frac{d}{\sqrt{\frac{M}{38 b}}} = \frac{19}{56} = 0,339.$$

A tale valore corrispondono nella tabella III una tensione nel calcestruzzo $\sigma_b = 66 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$ ed un coefficiente $t = 0,002042$.

Ora si può calcolare l'area dell'armatura

$$A_a = 0,002042 \cdot 38 \cdot 56 = 4,34 \text{ cm}^2$$

sono necessari

$$3 \varnothing 16 = 6,03 \text{ cm}^2$$

dei quali 2 $\varnothing 16$ dritti provengono dalla sezione a momento massimo prima calcolata; l'altro $\varnothing 16$ proviene invece dal solaio di ripiano. Nella figura 9.15 è indicata chiaramente la disposizione dei ferri.

Verifica al taglio nella sezione di ginocchio.

Lo sforzo di taglio in una sezione di ginocchio C o D vale (Fig. 9.16 c):

$$T = 557 \text{ kg.}$$

Pur essendo la sezione piena, formata cioè da solo calcestruzzo per la presenza della nervatura di rompitratta, è più prudente fare l'ipotesi che la sezione resistente sia a T con larghezza di costola $b_0 = 8 \text{ cm}$. Pertanto si ricava:

$$\tau_{max} = \frac{557 T}{0,9 \cdot 19 \cdot 8} = 4,00 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{amm}.$$

Essendo per la (5.62):

$$\tau_{amm} = 4 + \frac{R'_{bk} - 150}{75} = 4 + \frac{250 - 150}{75} = 5,33 \text{ kg/cm}^2.$$

Poiché lo sforzo di taglio è assorbito completamente dal calcestruzzo non è necessario disporre una particolare armatura resistente al taglio. Tuttavia, a maggior sicurezza, si dispone 1 $\varnothing 14$ piegato in prossimità dei ginocchi.

Inoltre è prudente prevedere in corrispondenza dei ginocchi uno spezzone $\varnothing 14$ piegato a cavalletto in modo che sia assicurata una maggiore solidarietà tra le nervature di rampa e di ripiano.

L'armatura di ripartizione è costituita da 4 $\varnothing 6/m$, distanziati fra loro di 25 cm, nonché dai due travetti rompitratta disposti nei ginocchi.

Verifica al taglio nelle sezioni di appoggio. Lo sforzo di taglio sull'appoggio vale (Figura 9.16 c):

$$T = 1030 \text{ kg.}$$

La sezione di appoggio è piena per la presenza della trave portante. La tensione tangenziale vale:

$$\tau = \frac{1030 T}{0,9 \cdot 19 \cdot 38} = \frac{1030}{650} = 1,58 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{amm} = 5,33 \text{ kg/cm}^2.$$

Mentre nella sezione più prossima all'appoggio che è mista a laterizio e dista 50 cm dall'estremità, lo sforzo di taglio vale:

$$T = 1030 - 315 \cdot 0,50 = 873 \text{ kg}$$

e la massima tensione tangenziale nella sezione a T si ha nella costola di larghezza $b_0 = 8 \text{ cm}$; si ha quindi

$$\tau_{max} = \frac{T}{0,9 \cdot h \cdot b_0} = \frac{873}{0,9 \cdot 19 \cdot 8} = 6,4 \text{ kg/cm}^2 \approx \tau_{amm}.$$

La verifica può essere considerata soddisfatta nonostante la tensione tangenziale sia leggermente superiore a quella ammissibile. D'altra parte la presenza di 1 $\varnothing 16$ piegato in prossimità dell'appoggio dà un'ulteriore garanzia al riguardo.

9.5. SCALE A SBALZO.

Sono così chiamate perché i gradini sono direttamente incastrati al muro perimetrale del vano scala (Fig. 9.19 e 9.20) o ad una trave rampante (Fig. 9.21). Ogni gradino si comporta così come una trave a mensola perfettamente incastrata ed è soggetto esclusivamente a momento flettente negativo. Conseguentemente